Vladimiro Valerio

GEOMETRIA EUCLIDEA PER LA NAVIGAZIONE. ORIGINE E USO DELLA *RAXON DE MARTELOIO*

La regola (o *raxon*) del *marteloio* è una procedura geometrico-matematica messa in atto nel tardo Medioevo per valutare la rotta di un'imbarcazione durante il bordeggio e poter calcolare l'avanzamento nella direzione della destinazione. Attraverso la *raxon* (l'origine veneziana del termine sembra indiscutibile) si potevano risolvere problemi di navigazione stimata, con grande approssimazione, nel periodo in cui si andavano ad intensificare i viaggi marittimi mediterranei, soprattutto a seguito delle crociate e delle attività mercantili delle repubbliche marinare tra il XIII e il XV secolo. Le congetture sul significato etimologico del termine *marteloio* (o *martelogio*) risalgono alla fine del '700 e per circa un secolo sulla questione hanno dibattuto eruditi e storici senza approdare a nulla di definitivo né tanto meno di convincente[1]. In questa breve nota, oltre a fare il punto de-

[1] L'Abate Giuseppe Toaldo fu il primo nel 1782 ad esprimere un'opinione sull'etimologia del *martelogio* che propose di correggere in *marilogio*, cioè "regola del mare", dalla fusione di un etimo greco e di uno latino. L'abate Jacopo Morelli, prefetto della Marciana, sul finire del Settecento lo fece invece derivare dal greco *martologion* cioè "trattato o discorso di accompagnamento". Gunther nel 1879 considerò la parola come derivata dal "martello" della balestriglia, cioè l'asta trasversale del noto strumento medievale per il calcolo delle misure angolari e delle distanze. Desimoni ritenne che la parola doveva scomporsi in due parti "mare" e "tela" (per rete), in modo da attribuirle il significato di "rete del mare", che ben si accordava con l'intreccio delle rose dei venti che compaiono sulle carte nautiche medievali. Fincati sul finire del XIX secolo propose il significato di computo giornaliero traendolo dal greco; egli osservava che i Greci usavano la forma *merologion* per indicare il conto della giornata e anche secondo Enrico Alberto d'Albertis il *marteloio* potrebbe essere una deformazione di *merologio* derivante dal *merologion* greco.

gli studi sull'argomento e fornire un'aggiornata bibliografia, propongo un'origine "euclidea" della tabella numerica, costruita quindi su proprietà geometriche e non algoritmi matematici e men che mai di tipo trigonometrico, o collegato alle tavole delle corde tolemaiche.

Come fosse possibile anticamente avventurarsi per mare senza carte esatte, senza strumentazione adeguata, con una conoscenza più che grossolana della longitudine dei luoghi, e come programmare e risolvere problemi di rotta quando si era costretti, per le necessita della navigazione, o per improvvise burrasche ad attraversare il mare aperto, sono temi che hanno da sempre affascinato gli studiosi delle esplorazioni e della storia della navigazione.

Certamente il naufragio, il girare a vuoto alla ricerca di un tratto di costa conosciuta, così come la dilatazione dei tempi di navigazione erano fattori ricorrenti nell'avventura umana sul mare. Tuttavia, pur nella aleatorietà dei viaggi marittimi, soprattutto per quanto attiene alla durata, questi riuscivano ad avere una regolarità e una sicurezza certamente maggiori dei contemporanei viaggi sulla terraferma. Ancora alla fine del '700, giusto per fare un esempio concreto, era molto più sicuro raggiungere Napoli da Venezia via mare piuttosto che avventurarsi negli acquitrini padani, rischiare attraversamenti di fiumi poco irreggimentati, cimentarsi nella scalata di valichi appenninici attraverso strade incerte e mal sicure, con l'unica certezza di imbattersi in briganti nei territori di confine tra i vari Stati italiani.

La Repubblica Veneta cominciò ad autorizzare e disciplinare il traffico dei pellegrini verso la Terra Santa già agli inizi del XIII secolo. Alcuni statuti del 1229 fissavano il numero massimo dei pellegrini che ciascuna nave poteva imbarcare nonché le date di partenza. Fu così che a Venezia alcuni armatori si trasformarono in antesignani dei moderni *tour operators*. Essi godevano di altissima reputazione nell'organizzare viaggi "tutto compreso" per i pellegrini, con tariffe e modalità di percorrenza che potevano essere rispettate solo grazie ad una notevole sicurezza e regolarità dei trasporti. Sappiamo che partivano due flotte all'anno, la prima raggiungeva i luoghi santi prima della Pasqua e rientrava agli inizi di maggio, mentre la seconda doveva ripartire da Giaffa, per il rientro, entro i primi giorni di novembre.

Tale regolarità poteva mantenersi anche grazie ad una serie di strumenti e di innovazioni tecniche che nel corso del Medioevo avevano in qualche modo iniziato ad affacciarsi sul versante nautico: il timone incernierato, che consentiva di mantenere la rotta e di resistere meglio dei remi prodieri alla forza del mare, la bussola, gli astrolabi, con i quali si poteva calcolare l'altezza delle stelle o del Sole e risolvere quantomeno problemi di latitudine, e le carte nautiche, il cui uso è attestato già dalla fine del XIII secolo. In questo periodo di fermenti e di innovazioni tecnologiche, la matematica si affaccia nel mondo della navigazione, sebbene in maniera del tutto empirica e sperimentale. La *raxon de marteloio* (con la *toleta* allegata) costituisce una delle prime fruttuose applicazioni delle conoscenze matematiche alla navigazione, sebbene agli stessi naviganti, come di seguito vedremo, sfuggisse il senso più propriamente geometrico e matematico del metodo di calcolo delle rotte contenuto nella *raxon*.

La prima apparizione del termine *martelogium* si ha nel 1390 in un inventario dei beni della madre di un mercante genovese, accanto ad una «carta pro navigando», mentre una completa descrizione delle tavole numeriche del *marteloio* e del loro uso è contenuta in un manoscritto giovanile di Grazioso Benincasa del 1435 circa[2]. Il codice era composto di 96 pagine ed era ricco di informazioni sulle rotte mediterranee, sui porti e sui «luoghi di terre de marina» tratte dalla personale esperienza del navigante e cartografo anconetano, che tiene a precisare di averle tutte «tochate chon mano et veggiute cholli ochi». Purtroppo questo preziosissimo cimelio è andato distrutto durante i bombardamenti di Ancona nel secondo conflitto mondiale ma, fortunatamente, ne esistono accurate descrizioni. Quasi contemporanea è la tavola inserita in un atlante del veneziano Andrea Bianco del 1436, conservato nella Biblioteca Marciana di Venezia (it. Z.76, carte 2v e 3r), che costituisce tutt'ora uno dei più preziosi documenti sulla «raxon de marteloio».

[2] Attualmente sono noti i seguenti codici nei quali compaiono la *raxon* e la relativa *toleta*: Codice Foscarini, portolano di data incerta studiato da Giuseppe Toaldo; Codice di Michele da Rodi, datato 1434, conservato presso il Dibner Institute; Portolano di Grazioso Benincasa, datato 1435 distrutto durante la Seconda Guerra Mondiale; *Atlante nautico* di Andrea Bianco, datato 1436, conservato nella Biblioteca Marciana a Venezia; Codice di Pietro de' Versi, dal titolo *Arte de Navigare* (ma si tratta di una copia di Michele da Rodi), ca. 1444, conservato nella Biblioteca Marciana a Venezia; Codice 3345, copia dell'*Arte de Navigare* di de' Versi, conservato nella Österreichischenationalbibliothek di Vienna; Codice di Pierre Garcie, dal titolo *Le grand routier*, databile tra il 1483 e il 1484 con edizioni a stampa tra il 1520-1643; il così detto *Atlante Cornaro*, ca. 1489, conservato presso la British Library a Londra.

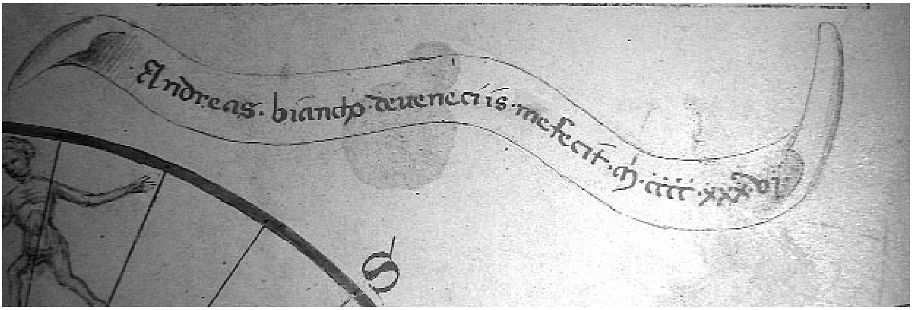


Fig. 1. Firma di Andrea Bianco e datazione, dal primo foglio dell'Atlante nautico della Biblioteca Marciana di Venezia (autorizzazione alla pubblicazione del 19 aprile 2007).

Andrea Bianco era uomo di mare nonché valentissimo cartografo, attivo nel 1448 anche nel laboratorio di fra Mauro Camaldolese nel convento di S. Michele a Murano, con il quale era impegnato a «formar mappamondi». Il tratto interessante, nei due primi autori che citano il *marteloio* (Benincasa e Bianco), è che essi non sono solo eruditi, artigiani o artisti dediti all'allestimento di carte da navigare ma veri e propri naviganti, che intendono mettere a disposizione di tutti le loro pratiche conoscenze apprese attraverso il diretto rapporto con il mare. Tra i documenti più interessanti riguardanti il *marteloio* va ricordato il codice realizzato da Michele da Rodi a Venezia intorno al 1434, attualmente conservato nel Dibner Institut. Nel codice, accanto a temi commerciali, mercantili e di navigazione, trova posto anche una presentazione del *marteloio* con la tabella numerica[3].

Un ulteriore documento significativo sul *marteloio* è quello inserito nel cosiddetto *Atlante Cornaro* della British Library (Egerton MS 73, fol. 47v). Si tratta di una raccolta del tardo '400 di materiale cartografico più antico di origine veneziana. Il disegno e i dati numerici, riportati in una sezione intitolata *La raxom del marteloio*, sono per altro molto simili a quelli di Andrea Bianco (Cfr. Campbell, 1987, p. 442).

Attraverso il *marteloio* si forniva risposta ad un problema ben più antico che Ramòn Lull, matematico e filosofo maiorchino (ca 1232-1316), aveva per primo delineato in forma semplificata nella sua principale opera enciclopedica *Arbor Scientiae*, redatta intorno al 1296, co-

---

[3] Il recente studio del codice di Michele da Rodi ha consentito di attribuire a lui anche il codice marciano firmato da Pietro de' Versi, il quale ha semplicemente sostituito il suo nome a quello di Rodi eraso dal manoscritto originale, cfr. http://brunelleschi.imss.fi.it/michaelofrhodes/.

struita attraverso la formula didattica di domanda e risposta (Cfr. Kelly, 2000, pp. 109-138).

La questione 192 da lui posta così recita: «Come i naviganti misurano la strada percorsa in mare?». La risposta che Lull ne dà è:

> «I naviganti considerano i quattro principali venti, cioè est, ovest, sud e nord, e gli altri quattro venti che derivano dai primi, cioè nord-est, sud-est, sud-ovest e nord-ovest. Loro considerano il centro del cerchio nel quale i venti formano gli angoli, e supponendo che una battello navighi in direzione dell'est per 100 miglia dal centro, questo percorre un certo numero di miglia nella direzione sud-est. Se fa duecento miglia, percorrerà due volte il numero precedente nella direzione sud-est. I naviganti possono così sapere quante miglia vi sono dal punto terminale di ogni cento miglia verso est rispetto al corrispondente punto in direzione sud-est».

Inoltre egli nota che oltre allo «strumento», i naviganti possedevano «carte nautiche, compassi, aghi magnetici e la Stella Maris».

Lo strumento cui accenna Lull, e del quale non è rimasta traccia, non può essere altro che una tavola numerica che consente di stabilire l'avanzamento in una direzione che forma un certo angolo con la rotta che la nave doveva seguire (nel caso da lui proposto, l'avanzamento in direzione sud-est procedendo verso est).

Nella figura 2 la nave che deve andare in direzione C è costretta invece a navigare in direzione B; AB_1, AB_2 rappresentano i tratti di navigazione in direzione est, mentre AC_1 e AC_2 rappresentano l'avanzamento nella direzione sud-est e BC_1 e BC_2 individuano l'allontanamento dalla rotta vera. Lull osserva che se AB_2 è il doppio di AB_1 anche AC_2 è il doppio di AC_1 e così anche BC_2 e BC_1. In effetti questa non è altro che una formulazione del teorema di Talete applicato alla navigazione.

Nella sua *Ars Magna*, nella sezione relativa alla navigazione, egli è ancora più esplicito e osserva che se una nave che debba andare verso est è obbligata dai venti a dirigersi verso sud-est, dopo aver percorso 4 miglia lungo la sua rotta (distanza AC nella figura 3) l'imbarcazione ha avanzato di 3 miglia verso est (distanza AB) ed è 3 miglia fuori rotta vera (distanza CB). In realtà si tratta non di 3 ma di 2,82 miglia, ma questa cifra può essere considerata come una buona approssimazione del dato reale.

Si capisce bene ora quale fosse il problema e perché la sua soluzione fosse da rintracciarsi nella teoria dei triangoli rettangoli. La tavola numerica riportata da Andrea Bianco nel suo atlante fornisce ulteriori soluzioni ed è un passo avanti formidabile rispetto alle richieste e alle soluzioni for-

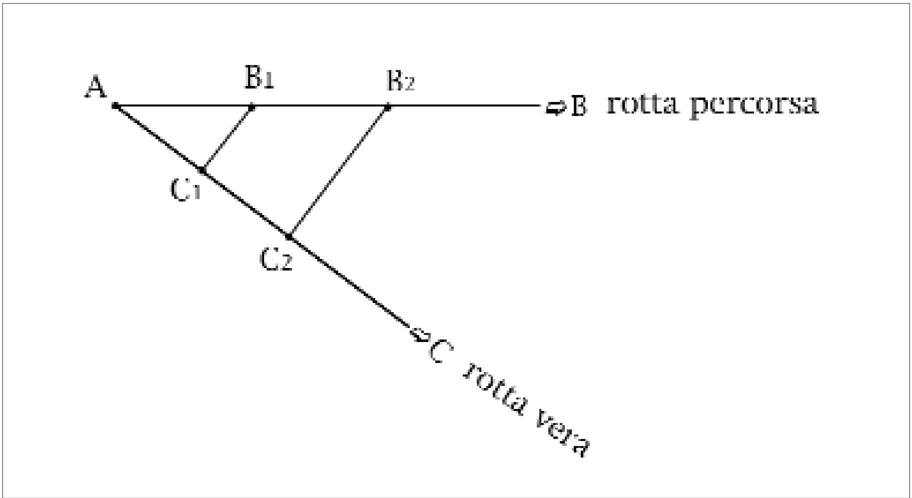


*Fig. 2. Disegno esplicativo della questione 192 dell'*Arbor Scientiae *di Ramón Lull (disegno dell'autore).*

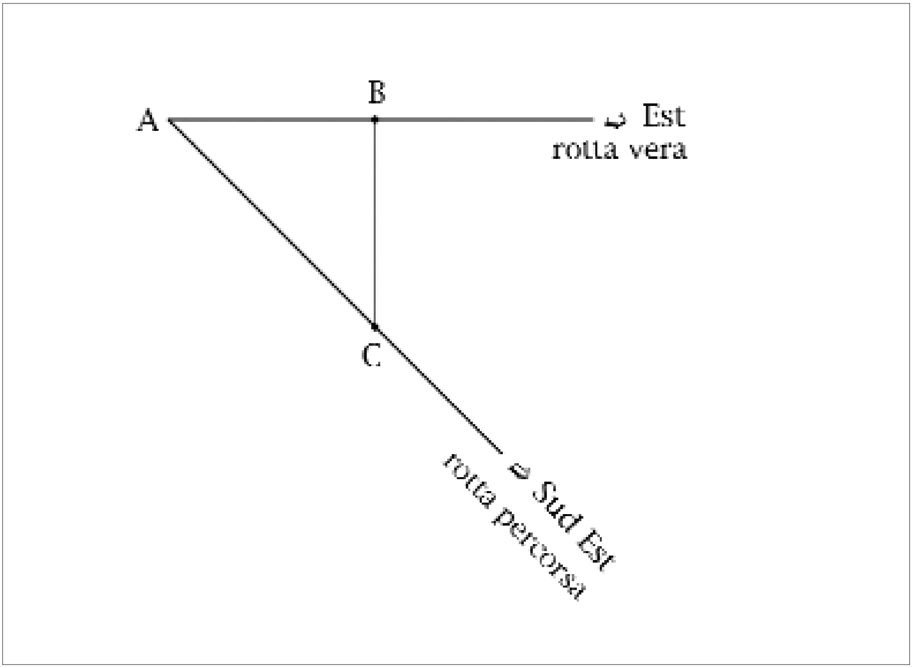


*Fig. 3. Disegno esplicativo della questione posta da Ramón Lull nell'*Ars Magna *(disegno dell'autore).*

nite da Ramón Lull. Ecco la spiegazione dell'uso del *marteloio* (trascritta in italiano moderno) fornita da Andrea Bianco nel suo atlante[4]:

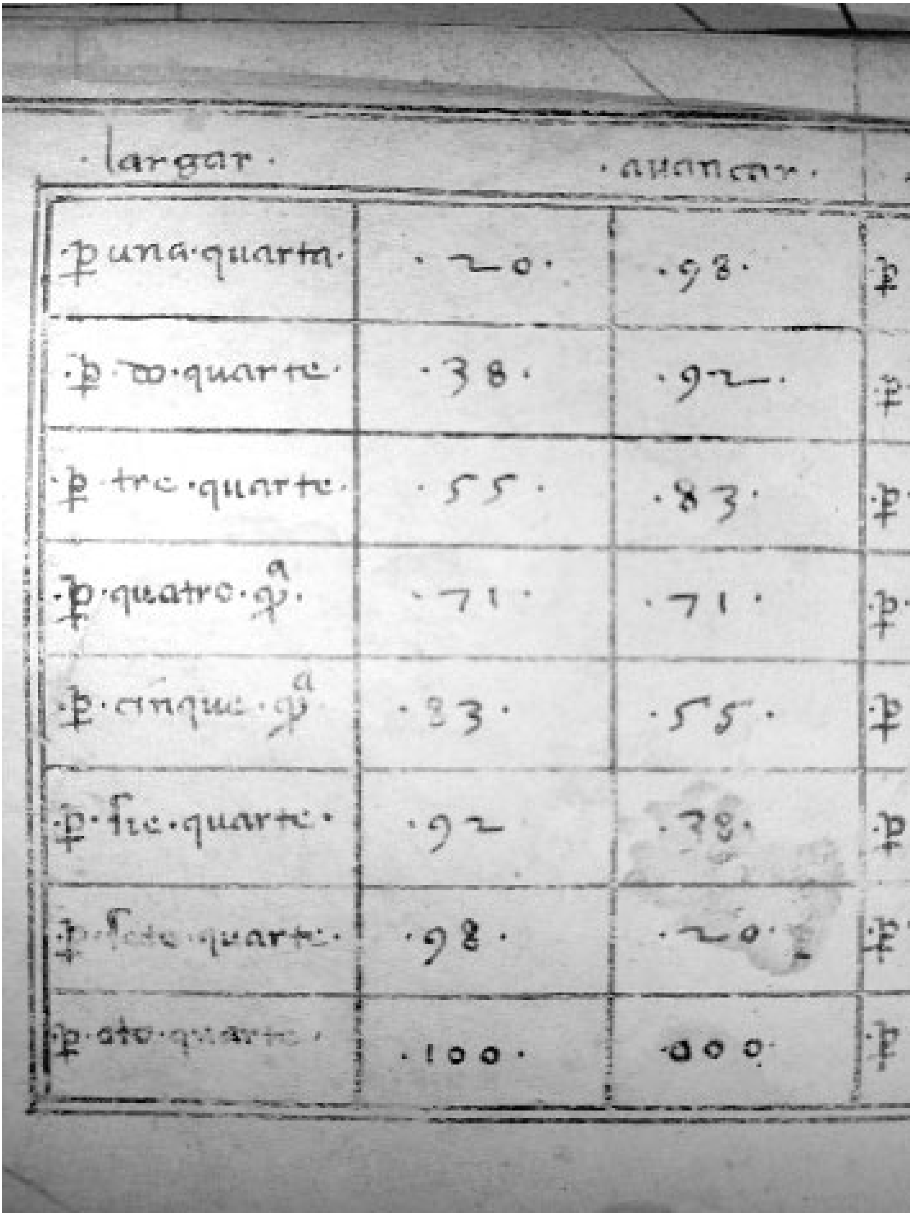
> «Questo è l'insegnamento di navigare con il metodo del *marteloio*, come appare in questo cerchio e quadrato e per la tavoletta numerica per mezzo della quale possiamo sapere com'è congegnata la tavoletta stessa a memoria e sapere andare per ogni parte del mondo senza misura e senza compasso, perché ad ogni persona che vorrà utilizzare questo procedimento basta sapere ben moltiplicare e ben dividere. L'ammaestramento del mare consiste nel sapere ben navigare, e per questo si deve conoscere la somma del *marteloio*, in questo modo: quanto si avanza per una quarta e quanto si allarga. Così per una quarta, e per due, e per tre, e per quattro; e se qualcuno ti chiedesse, rispondi che con questi numeri si può fare qualsiasi sistema per navigare; sebbene noi non possiamo saperne il criterio con esattezza, tuttavia ci accosteremo bene alla verità. Inoltre voglio mostrati in qual modo fa una nave che vuole andare per ponente, e non può andare e va invece in direzione di una quarta di sotto, verso garbino, per cento miglia; allora essa allarga venti miglia da ponente e avanza novantotto; per due quarte, la nave allarga miglia trentotto e avanza miglia novantadue; per tre quarte la nave allarga miglia cinquantacinque e avanza miglia ottantatre; per quattro quarte la nave allarga miglia settantuno e avanza per miglia settantuno; per cinque quarte la nave allarga per ottantatre miglia e avanza per cinquantacinque miglia; per sei quarte la nave allarga novantadue miglia e avanza trentotto miglia; per sette quarte la nave allarga miglia novantotto e avanza miglia venti; per otto quarte allarga cento miglia mentre non avanza di nessun miglio. C'è poi il ritorno che è scritto nella tavoletta del *marteloio*, come si vede nelle apposite caselle e colonne».

La tabella numerica riportata da Bianco è formata di due parti, la prima fornisce i valori numerici dell'*allargo* e dell'*avanzo* (fig. 4) mentre la seconda dà i valori del *ritorno* e dell'*avanzo di ritorno* (fig. 5). La prima parte consente di valutare di quanto si è andati fuori rotta e di quanto si è proceduto nella direzione desiderata (come già spiegava Ramón Lull) e la seconda consente di operare le opportune correzioni per riprendere la rotta e giungere a destinazione o, più in generale, consente di bordeggiare senza perdere la rotta.

La prima parte della tabella, quella riferita all'*allargo* e all'*avanzo*, ha come base un percorso di 100 unità (miglia) per ogni quarta (una quarta è eguale a 11°15', essendo quattro quarte eguali a 45°.

Facciamo un esempio (fig. 6): ammettiamo che io debba tenere una certa rotta, ma che il vento mi costringa a navigare con un angolo di due

[4] Questa descrizione, oramai in gran parte illeggibile, compare nel primo foglio dell'atlante nautico della Biblioteca Marciana.



	largar	avançar
p una quarta	20	98
p do quarte	38	92
p tre quarte	55	83
p quatro q^a	71	71
p cinque q^a	83	55
p sie quarte	92	38
p sete quarte	98	20
p oto quarte	100	000

*Fig. 4. Particolare della tabella numerica di Andrea Bianco relativo all'*avanzo *e all'*allargo (Biblioteca Nazionale Marciana, Ms. It. Z. 76, f. 1v).

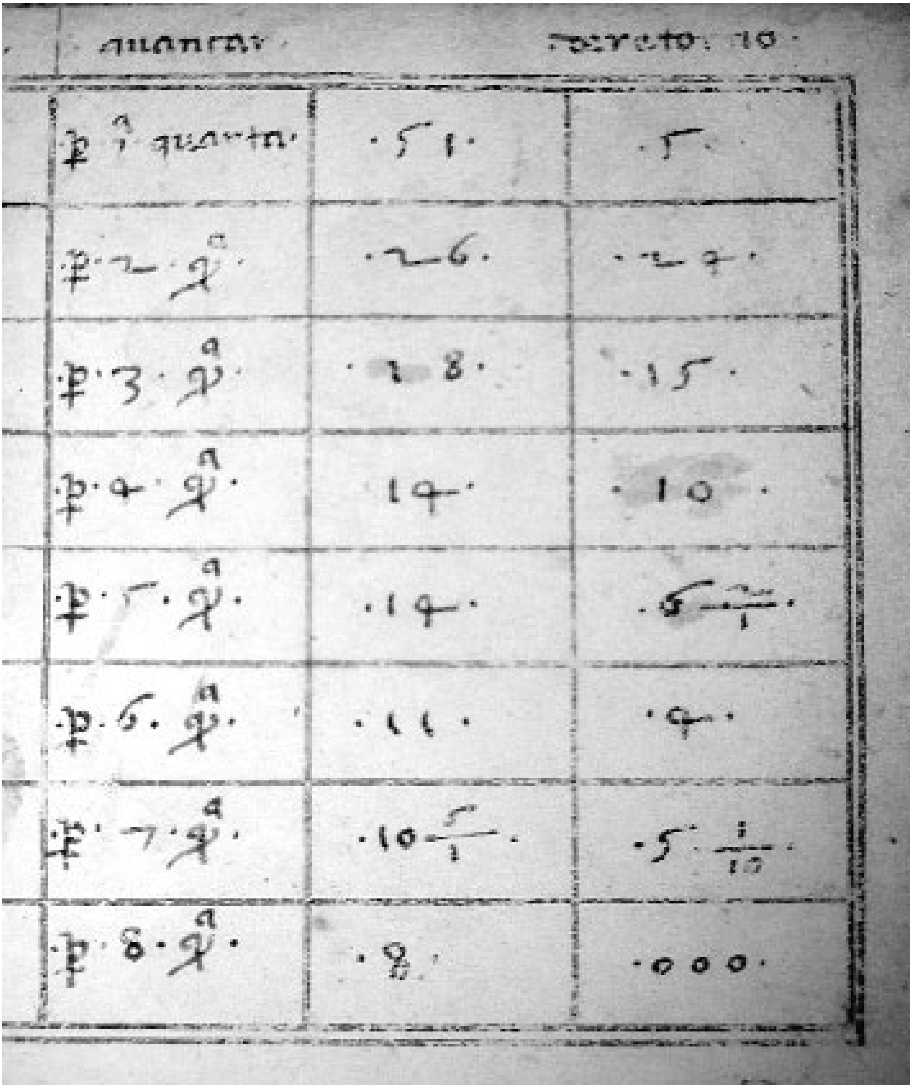


Fig. 5. Particolare della tabella numerica di Andrea Bianco relativo al ritorno *e all'*avanzo *di* ritorno (Biblioteca Nazionale Marciana, Ms. It. Z. 76, f. 1v).

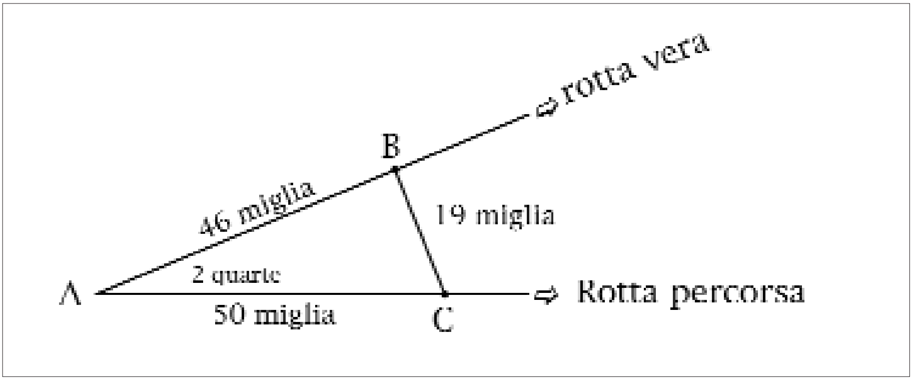


*Fig. 6. Uso dei valori numerici relativi all'*avanzo *e* allargo *(disegno dell'autore).*

quarte (22°30') rispetto ad essa. Dopo 50 miglia io so dalla mia *toleta* di essermi allontanato di 19 miglia (38/2) e di avere avanzato nella direzione desiderata di 46 miglia (92/2).

Ammettiamo adesso che io voglia riprendere la mia rotta e faccio un bordo, come farò a sapere la distanza che dovrò percorrere prima di incrociarla? E che distanza avrò percorso lungo la rotta vera? A queste domanda sopperisce la seconda parte della *toleta*.

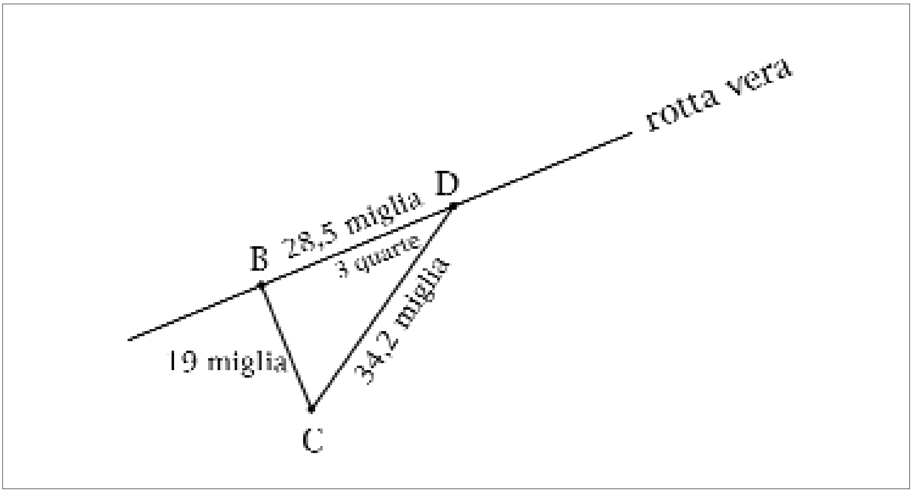


*Fig. 7. Uso dei valori numerici relativi al ritorno e all'*avanzo *di* ritorno *(disegno dell'autore).*

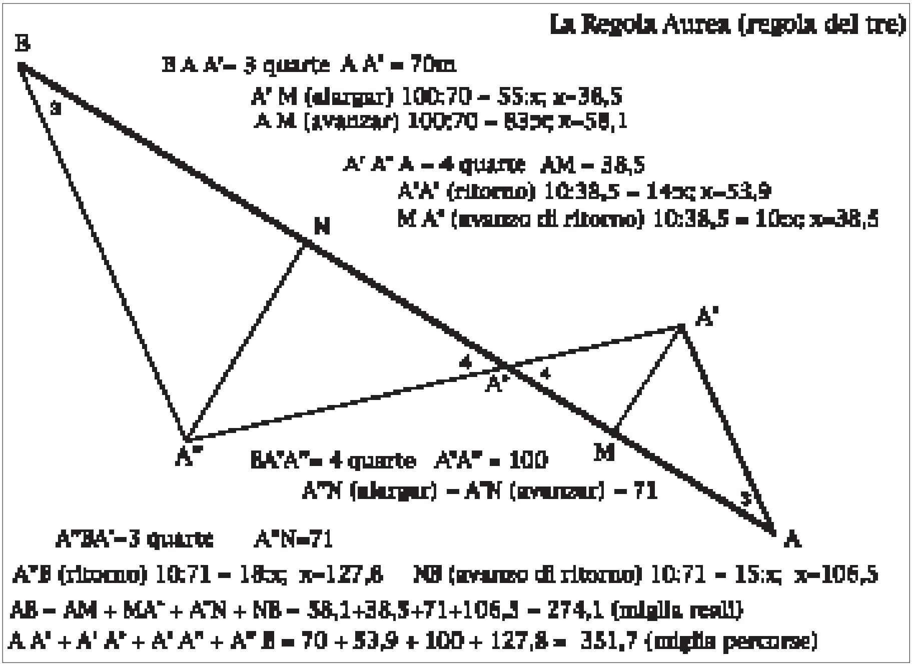


Fig. 8. Uso dei valori numeri della toleta *per eseguire un bordeggio (disegno dell'autore).*

Questa è composta di valori numerici che forniscono il *ritorno* e l'*avanzo di ritorno* riferiti ad un percorso di 10 unità (miglia) per ogni quarta. Il valore 10 anziché 100 è stato saggiamente scelto per evitare numeri troppo grandi.

Ammettiamo, riprendendo l'esempio posto nella figura 6, che io nel virare formi adesso un angolo di 3 quarte con la mia rotta vera (fig. 7); il percorso che io devo effettuare per ritornare sulla rotta, e incrociarla nel punto D, sarà 19/10 (valore dell'*allargo*) x18 (valore del *ritorno* per tre quarte) cioè 34,2 miglia. L'*avanzo di ritorno*, invece, mi fornisce la distanza percorsa nella direzione della rotta vera (distanza BD), cioè 19/10x15 = 28,5 miglia.

Ci si rende conto di come il pilota, in tal modo, osservando la sola bussola, che gli serve per controllare le quarte della propria rotta, e valutando la distanza percorsa (cosa che si effettuava attraverso il tempo intercorso e la velocità stimata) poteva volteggiare e riprendere la rotta, valutando anche lo spazio effettivamente percorso (nel caso nostro 50+34,2=84,2 M) e quello guadagnato nella direzione della rotta (46+28,5=74,5 M).

Io ho provato a applicare due volte la *raxon de marteloio* per raggiungere il punto B da A e ho potuto realizzare questa interessante evoluzione (fig. 8) interamente risolta con la *toleta* e applicando la regola del tre (o regola aurea), che consiste nel calcolare la quarta incognita in una proporzione nella quale siano noti tre elementi.

Ma cosa sono i numeri riportati nella *toleta*? Per rispondere a questa domanda ricostruiamo lo schema generale dei due triangoli e individuiamo le quattro voci che compaiono nella tabella di Andrea Bianco (fig. 9).

I quattro valori tabellati nella *toleta* non sono altro che il seno (*allargo*) e il coseno (*avanzo*) dell'angolo α riferiti alla base AB=100, e la cosecante (*ritorno*) e la cotangente (*avanzo di ritorno*) dell'angolo β riferiti alla base BB'=10. La scelta della seconda base pari a un decimo della prima è stata effettuata dai primi estensori di questi dati numerici per evitare valore numerici troppo elevati: il *ritorno* e l'*avanzo di ritorno* sarebbero stati tutti numeri a tre cifre, e ciò avrebbe solo complicato i calcoli. Confrontando i valori delle funzioni trigonometriche con i numeri riportati nella *toleta* allegata al *marteloio* si può riscontrare una sorprendente approssimazione nei valori utilizzati dai piloti medievali.

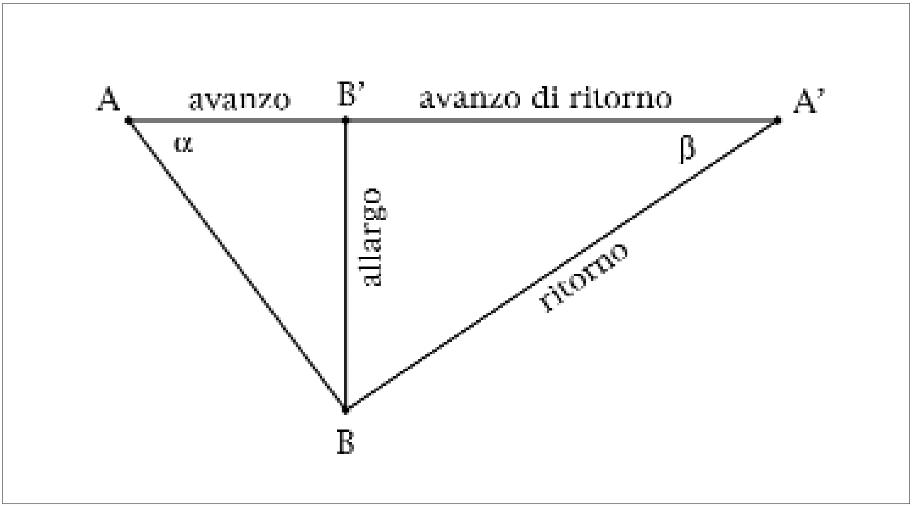


Fig. 9. Schema geometrico nel quale si dimostra il significato di avanzo, allargo, ritorno *e* avanzo di ritorno *(disegno dell'autore).*

gradi	seno	coseno	cosecante	cotangente
11°15’	0,19509	0,98078	5,12583	5,02734
22°30’	0,38268	0,92388	2,61312	2,41421
33°45’	0,55557	0,83147	1,79995	1,49660
45°00’	0,70711	0,70711	1,41421	1,00000
56°15’	0,83147	0,55557	1,20269	0,66817
67°30’	0,92388	0,38268	1,08239	0,41421
78°45’	0,98078	0,19509	1,01959	0,19891
90°00’	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000

Gli errori di valutazione della velocità (attraverso la cordicella con i nodi), dell’angolo di rotta (attraverso la bussola con graduazioni che consentivano la lettura al più di 5 gradi), dello scarroccio (non sempre valutato) e altro (correnti marine) erano certamente superiori a quelli che venivano fuori dall’uso della *toleta*.

Tuttavia, la geometria classica non considerava le funzioni trigonometriche e i valori della *toleta* non possono essere ad esse riferiti. Gli unici valori tabellati erano quelli delle corde sottese ad archi di cerchio. Famose e in uso per oltre mille anni furono le tavole delle corde che appaiono nell’*Almagesto*, il trattato di astronomia di Claudio Tolomeo (II sec. d.C.). I matematici indiani furono i primi, intorno alla metà del primo millennio d.C., a sviluppare tavole dei seni, che altro non sono che le semicorde dell’angolo doppio. Il sincretismo tra la cultura classica e quella indiana avvenne per merito del mondo arabo, che introdusse in Occidente alcune conclusioni della matematica indiana. L’astronomo Al-Battani (850-929) fu uno di questi veicoli di trasmissione. Tuttavia una vera e propria trigonometria non si sviluppò in Europa se non nella seconda metà del ’400. Il primo trattato occidentale nel quale si fa uso della funzione seno è il *De triangulis omnimodis*, redatto da Regiomontano (1436-1476) verso il 1464. Ma, come abbiamo visto, il *marteloio* e i suoi valori numerici sono precedenti a quella data. Inoltre, mentre il valore della cotangente era noto già al mondo antico, in quanto collegato alla tangente ad alla teoria dell’ombra dello gnomone e, quindi, alla costruzione degli orologi solari, la cosecante era all’epoca pressoché ignota. Apparve per la prima volta nell’opera astronomica di Abu’l Wefa (980 ca.), senza alcun nome, come ipotenusa del triangolo e come tale fu utilizzata fino all’età di Copernico (inizi XVI secolo) e fu introdotta per la volta nelle tavole a stampa di Georg Rheticus (*Ca-*

non Doctrinae triangulorum, 1551). Il nome secante apparve solo nel 1583, mentre la cosecante fu detta da Giovanni Antonio Magini (1592) *secans secunda*. Come facevano i piloti medievali, semplici uomini di mare, ad avere calcolato tali valori numerici?

Una risposta plausibile e oggi generalmente accettata, anche per la produzione cartonautica medioevale, è che la *raxon* e la relativa *toleta* siano il prodotto di una lenta evoluzione, costruita sull'esperienza collettiva di più uomini e di più culture. Uno dei tanti prodotti medievali dei quali è difficile stabilire una datazione e una paternità certe. La pratica, l'esperienza e la necessità hanno giocato un ruolo fondamentale nella sua evoluzione, facendo anche perdere il senso più profondo delle procedure messe in atto; d'altronde non dobbiamo dimenticare che lo stesso Bianco si mostra consapevole del fatto «che nui non podemo saver la raxon chosi a ponto ma nui se achosteremo ben a la veritade».

Ignorando assolutamente il significato di funzione trigonometrica e anche quello più generale di relazione tra i lati e gli angoli di un triangolo rettangolo, i naviganti hanno potuto scoprire questi valori numerici seguendo la strada più semplice, quella grafica, percorso che anche noi possiamo intraprendere con compasso e squadra, e sulla semplice scorta della geometria euclidea, senza bisogno di ricorrere al trattato sui triangoli di Regiomontano, né a Napier né alla trigonometria.

Difatti, una possibile origine dei numeri forniti nella regola del *marteloio* la si può trovare nella geometria euclidea e in particolare in alcuni teoremi sul cerchio, che fornirebbero anche una spiegazione ad alcuni disegni presenti nell'atlante di Andrea Bianco, finora assolutamente inesplicabili.

Due teoremi relativi al rapporto tra gli angoli al centro e gli angoli alla circonferenza possono trovare una loro applicazione in una costruzione grafica che consenta di misurare l'*allargo* e l'*avanzo* rispetto ad una base di valore 100:

> «In un cerchio l'angolo al centro è doppio dell'angolo alla circonferenza, quando sono sottesi ad una stessa corda» (Euclide, *Elementi*, Libro III, proposizione 20) e
> «In un cerchio gli angoli alla circonferenza sottesi ad una stessa corda sono eguali» (*Ibid*., proposizione 21)[5].

[5] Le traduzioni latine degli *Elementi* di Euclide e la loro diffusione in Occidente avvengono a partire dalla metà del XII secolo con Gherardo da Cremona e Adelardo di Bath. La versione di Campano da Novara, realizzata intorno al 1255 ed elaborata sulla scorta di una delle traduzioni di Adelardo, è quella che ebbe la maggiore diffusione e successo ed è l'unica tra le versioni medievali di Euclide che venne data alle stampe.

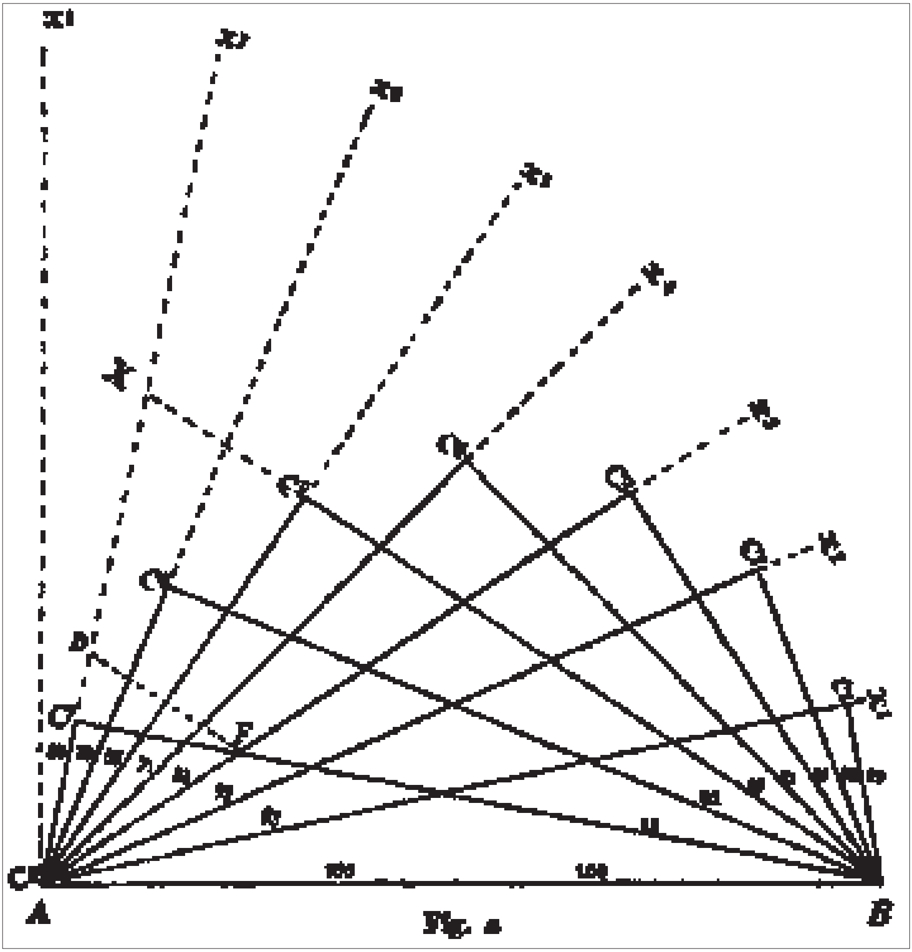


Fig. 10. Costruzione grafica dei valori di avanzo *e* allargo *su una base di lunghezza 100 secondo d'Albertis.*

In un disegno realizzato da d'Albertis notiamo che per spiegare la relazione tra i cateti di un triangolo rettangolo, le cui misure equivalevano all'*allargo* e all'*avanzo*, e l'ipotenusa la cui misura è assunta pari a 100 (fig. 10), vi è in nuce l'uso dei due teoremi di Euclide e una possibile spiegazione di una delle figura presenti nell'*Atlante nautico* di Andrea Bianco (fig. 11)

Se consideriamo i raggi nel primo quadrante in alto a destra (fig. 12), notiamo che questi sono tracciati secondo le direzioni delle quarte 2, 4, 6 e 8, ri-

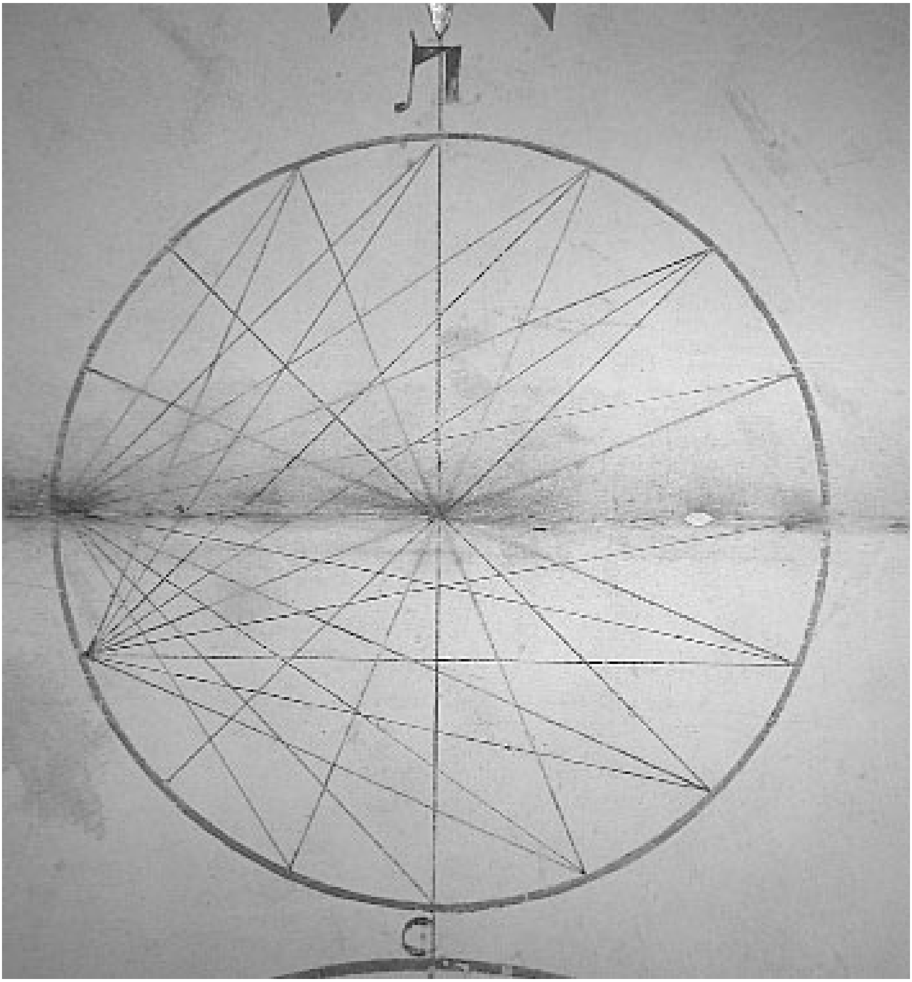


*Fig. 11. Cerchio con diametri e corde dalla prima tavola dell'*Atlante nautico *di Andrea Bianco* (Biblioteca Nazionale Marciana, Ms. It. Z. 76, f. 2r).

spetto al diametro AB, mentre le linee che dagli estremi di questi raggi sulla circonferenza vanno al punto A, per il teorema 20 di Euclide, formano angoli pari a 1, 2, 3 e 4 quarte.

Se consideriamo il diametro del cerchio pari a 100, le lunghezze delle corde che partono dal punto A forniscono i valori dell'avanzo per 1, 2, 3 e 4 quarte, mentre le distanze dei punti 1, 2, 3 e 4 dal punto

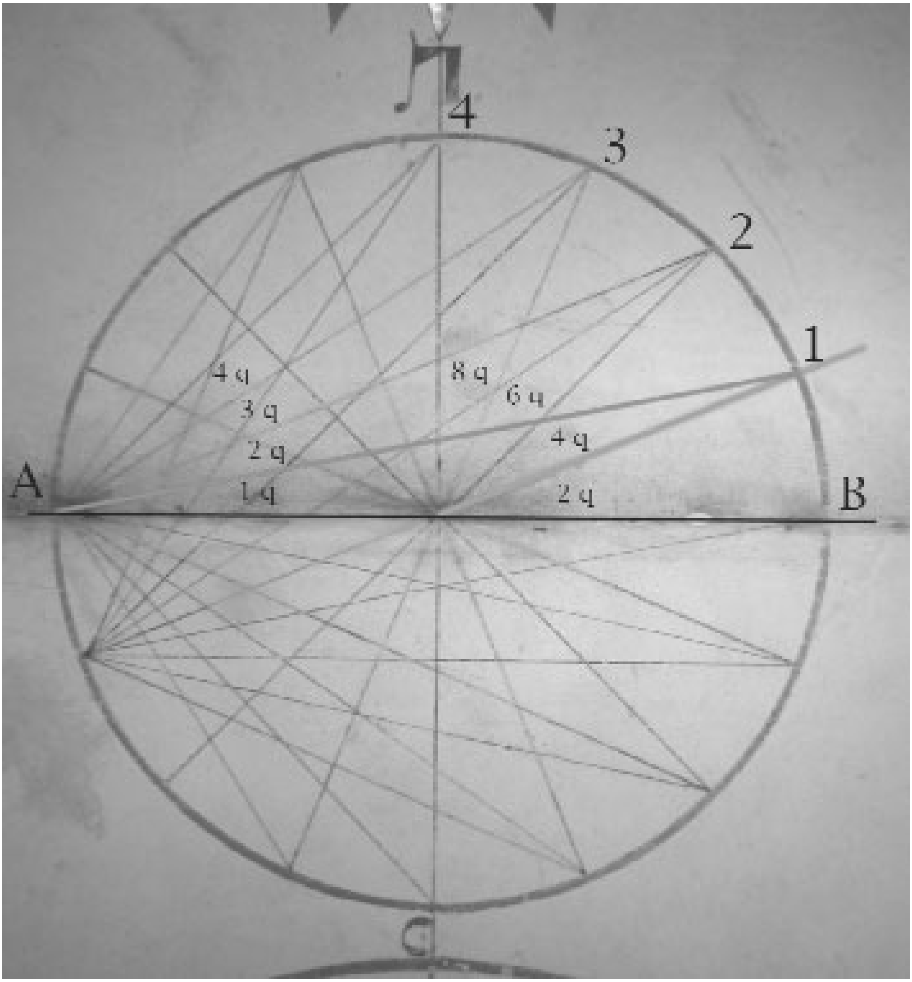


Fig. 12. Elaborazione grafica della figura 11.

B forniscono i valori dell'allargo per 1, 2, 3 e 4 quarte. Quindi, la prima parte della *toleta* poteva essere ricavata per via grafica semplicemente misurando le lunghezze di alcune corde del cerchio il cui diametro era assunto eguale a 100. Si consideri che con un cerchio della dimensione di appena 10 cm è possibile misurare le corde con grande precisione fino al primo decimale.

Anche per quanto riguarda i valori del *ritorno* e dell'*avanzo di ritorno* è possibile ottenere una loro valutazione numerica per via strettamente grafica, come risulta dalla figura 13.

La figura 13 rimanda in maniera estremamente evidente al disegno del *Reggimento delle leghe* riprodotta da Bartolomeu Velho nel 1568 (fig. 14), so-

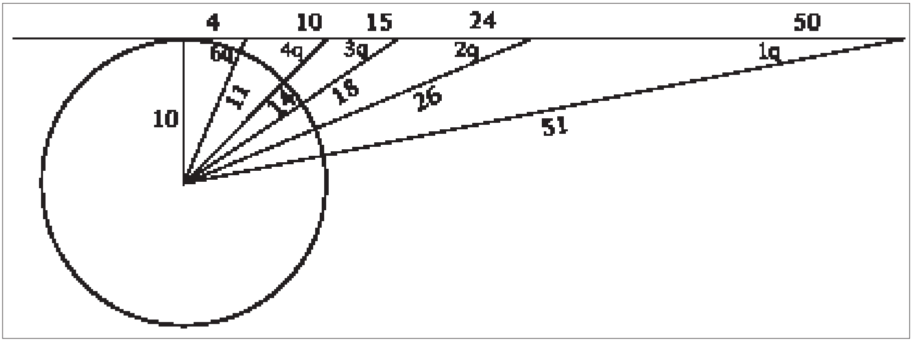


*Fig. 13. Possibile determinazione per via grafica dei valori numerici dell'*avanzo *e dell'*avanzo di ritorno *(disegno dell'autore).*

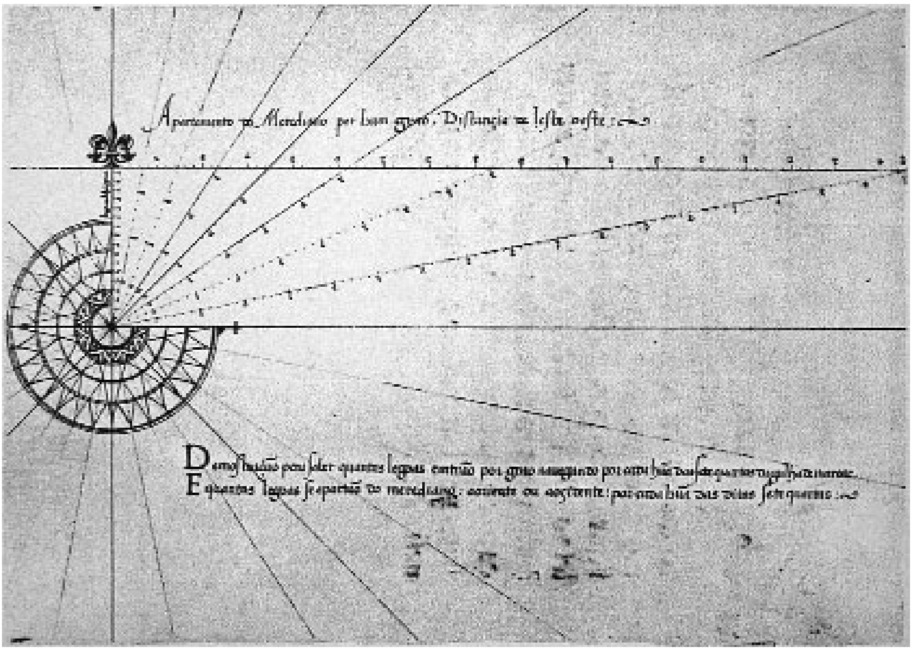
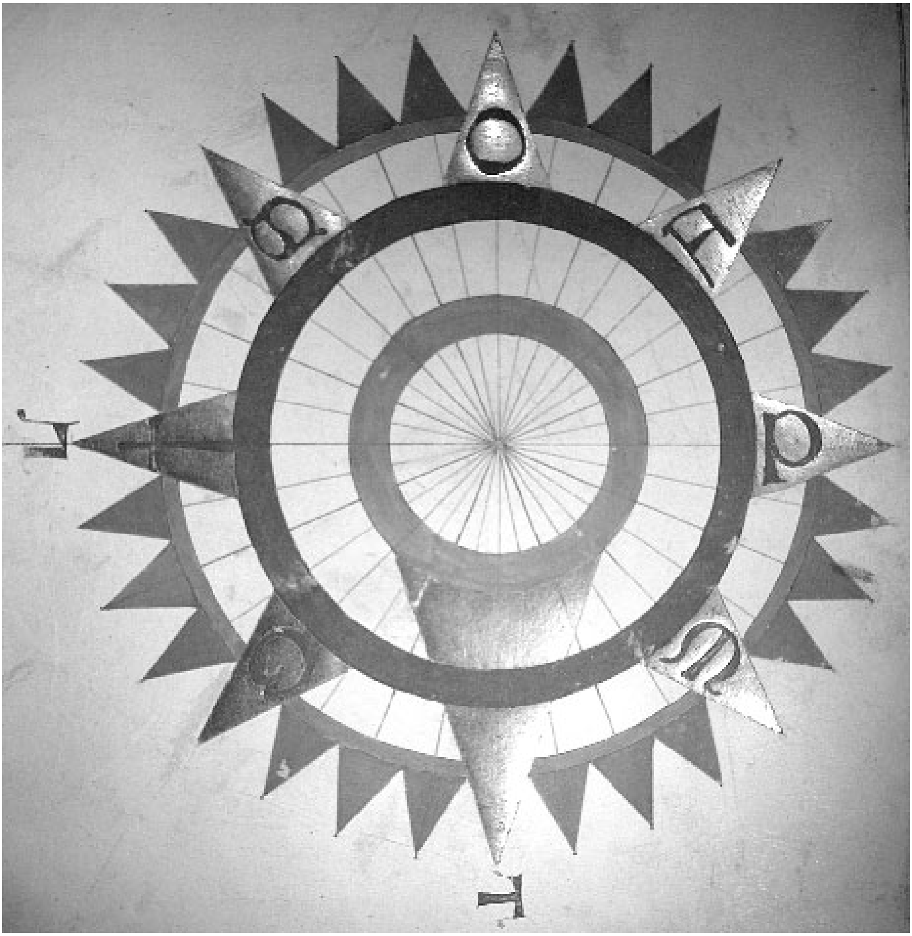


Fig. 14. Regimento delle leghe dalla Cosmografia *di Bartolomeu Velho del 1568 (da Cortesao).*



Particolare della rosa dei venti del primo foglio dell' Atlante nautico *di Andrea Bianco* (Biblioteca Nazionale Marciana, Ms. It. Z. 76, f. 1v).

miglianza che porta a considerare il *marteloio* come possibile origine per il sistema di misurazione dell'avanzamento nelle rotte oceaniche allorché la rotta portava ad un cambio di latitudine proposta; tavola e diagramma furono introdotti nel mondo portoghese a partire dal 1480 circa e per la prima volta furono pubblicati a Lisbona nel 1509 con il titolo *Regimento do estrolabio e do quadrante. Tractado de Spera do mundo* (Cfr. KELLY, 2000, pp. 150-151).

L'ipotesi di una derivazione del *Regimento* dalla *raxon de marteloio* è stata già avanzata dalla Taylor e la valutazione grafica da me proposta per la determinazione dei valori della seconda parte della *toleta* (fig. 13) porterebbe un'ulteriore evidenza a tale teoria (Cfr. TAYLOR, 1956, p. 363).

BIBLIOGRAFIA

CAMPBELL T., *Portolan Charts from the late Thirteenth Century to 1500*, in *Cartography in Medieval Europe and the Mediterranean*, HARLEY J.B., WOODWARD D. (Edts), Chicago, 1987.

CONTERIO A., *Pietro di Versi Raxion de' Marineri. Taccuino nautico del XV secolo*, Venezia, 1991.

D'ALBERTIS E.A., *L'arte nautica ai tempi di Colombo*, in *Raccolta Colombiana*, part. IV, vol. I, Roma, 1893.

DE ALBUQUERQUE L., *Instruments for Measuring Altitude and the Art of Navigation*, in CORTESAO A., *The History of Portuguese Cartography*, Coimbra, 1971, vol. II.

DESIMONI C., *Le carte nautiche italiane del Medio Evo a proposito di un libro del Prof. Fischer*, «Atti Società Ligure di Storia Patria», XIX (1888).

FORMALEONI V., *Saggio sulla nautica antica de' veneziani*, Venezia 1783.

KELLY J.JR., *Analog and Digital Navigation in the Middle Ages*, Melrose Park, 2000.

KRETSCHMER K., *Die Italianische Portolane des Mittelalters*, Berlin, 1909.

LELEWEL J., *Géographie du Moyen Age*, Bruxelles, 1852.

MACCAGNI C., *Dal Mediterraneo all'Atlantico: scienze nautiche e strumenti*, in «Atti del Convegno *L'Uomo e il mare nella civiltà occidentale: da Ulisse a Cristoforo Colombo*», Genova, 1992, pp. 381-402.

MASIERO F., *La Raxon de Marteloio*, «Studi Veneziani», VIII (1984).

NORDENSKIÖLD A.E., *Periplus. An Essay on the Early History of Charts and Sailing Directions*, Stokholm, 1897.

PESCHEL O., *Der Atlas der Andrea Bianco*, Venezia, 1869.

Regiomontanus on Triangles, De Triangulis Omnimodis by JohannMüller, otherwise known as Regiomontanus, a cura di HUGHES B., Madison, 1967.

TAYLOR E.G.R., *The Haven-Finding Art*, London, 1956.

TOALDO G., *Saggio sopra un'antica regola veneziana di pilotaggio*, in *Saggi di studi veneti*, Venezia, 1782.

UZIELLI G., *La vita ai tempi di Paolo dal Pozzo Toscanelli*, in *Raccolta Colombiana*, part. V, vol. I, Roma, 1894, p. 449.

ZELLER M.C., *The Development of Trigonometry from Regiomontanus to Pitiscus*, Ann Arbor, 1944.

The thirteen books of Euclid's Elements, a cura di HEATH T., New York, 1956.